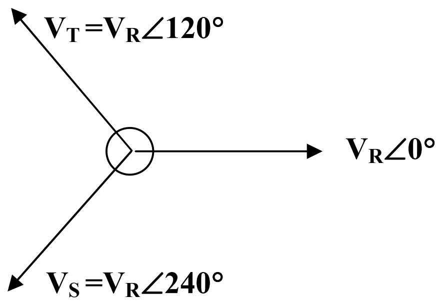
SİMETRİLİ BİLEŞENLER

1918 yılında Fortescue , "n-bağlı fazörden meydana gelen dengesiz bir sistemin, dengeli fazörlerden meydana gelen n adet sistem içinde yeniden çözülebilir" olduğunu göstermiştir. Bunlar sistemin orijinal fazörlerinin simetrili bileşenleri olarak anılırlar.

3 fazlı sistemler genellikle "akım ve gerilim açısından" dengeli sistemlerdir.

$V_R = V_R.\text{Sin}(wt)$	$V_R = V_R\angle 0°$	$V_R = V_R$
$V_S = V_R.\text{Sin}(wt+240°)$	$V_R = V_R\angle 240°$	$V_S = a^2.V_R$
$V_T = V_R.\text{Sin}(wt+120°)$	$V_R = V_R\angle 120°$	$V_R = a.V_R$



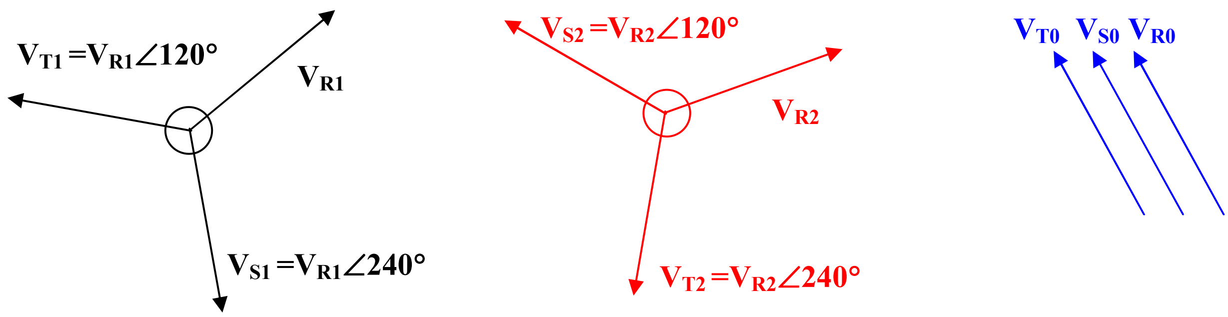
a operatörü

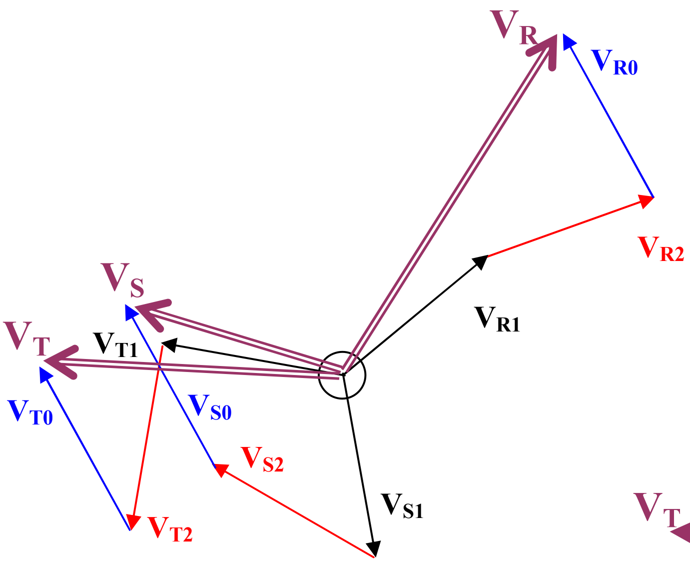
a operatörü 120 derece öteleme operatörüdür $\quad . a = e^{j120°} = 1\angle 120° = -0{,}5 + j\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

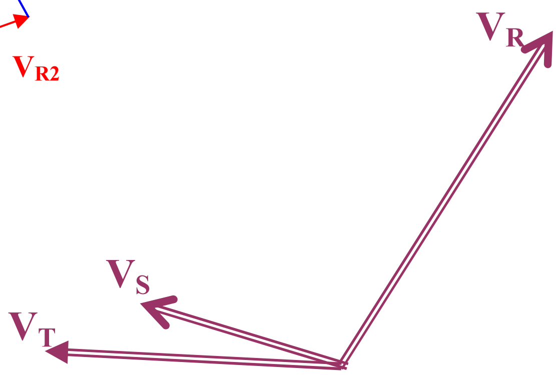
a	$1\angle 120°$	$-0{,}5 + j0{,}866$	$1 + a$	$1\angle 60°$	$0{,}5 + j0{,}866$
a^2	$1\angle 240°$	$-0{,}5 - j0{,}866$	$1 - a$	$\sqrt{3}\angle -30°$	$1{,}5 - j0{,}866$
a^3	$1\angle 360° = 1\angle 0°$	1	$1 + a^2$	$1\angle -60°$	$0{,}5 - j0{,}866$
$a^4 = a$	$1\angle 120°$	$-0{,}5 + j0{,}866$	$1 - a^2$	$\sqrt{3}\angle +30°$	$1{,}5 + j0{,}866$
$a^5 = a^2$	$1\angle 240°$	$-0{,}5 - j0{,}866$	$a + a^2$	$1\angle 180°$	-1
$-a$	$1\angle 300°$	$+0{,}5 - j0{,}866$	$a - a^2$	$\sqrt{3}\angle +90°$	$-0{,}5 + j0{,}866$
$1 + a + a^2 = 0$					

Eğer sistem Dengesiz 3 Fazlı bir sistem olursa;

bu dengesiz 3 fazlı sistemin, dengesiz 3 fazörü; 3 adet dengeli 3 fazlı sistem fazörü cinsinden yeniden çözülebilir.







$$V_R = V_{R1} + V_{R2} + V_{R0}$$
$$V_S = V_{S1} + V_{S2} + V_{S0}$$
$$V_T = V_{T1} + V_{T2} + V_{T0}$$

$$V_{S1} = a^2.V_{R1} \quad \vdots \quad V_{T1} = a.V_{R1}$$
$$V_{S2} = a.V_{R2} \quad \vdots \quad V_{T2} = a^2.V_{R2}$$
$$V_{S0} = V_{R0} \quad \vdots \quad V_{T0} = V_{R0}$$

$$V_R = V_{R1} + V_{R2} + V_{R0}$$
$$V_S = a^2.V_{R1} + a.V_{R2} + V_{R0}$$
$$V_T = a.V_{R1} + a^2.V_{R2} + V_{R0}$$

$$\begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{R0} \\ V_{R1} \\ V_{R2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{R0} \\ V_{R1} \\ V_{R2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix}$$

Ancak daha yaygın olarak;

$$\begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix}$$

şeklinde kullanılmaktadır.

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad [A]^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix} = [A] \cdot \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = [A]^{-1} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

$$[V_{RST}] = [A] \cdot [V_{012}] \qquad [V_{012}] = [A]^{-1} \cdot [V_{RST}]$$

Simetrili Bileşenlerde Güç İfadesi

R, S, T fazörlerinden meydana gelen 3-Fazlı bir devrede kompleks güç :

$$S_{3\phi} = P_{3\phi} + Q_{3\phi} = V_R.I_R^* + V_R.I_R^* + V_R.I_R^*$$

$$S_{3\Phi} = \begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{bmatrix}^*$$

$$S_{3\Phi} = [V_{RST}]^T \cdot [I_{RST}]^*$$

Gerilim ve akımın simetrili bileşenlerini kullanarak

$$S_{3\Phi} = [A \cdot V_{012}]^T \cdot [A \cdot I_{012}]^*$$

$$S_{3\Phi} = [V_{012}]^T \cdot [A]^T \cdot [A]^* \cdot [I_{012}]^*$$

$$[A]^T = [A] \quad \text{ve} \quad [A]^T \cdot [A]^* = 3 \cdot [U]$$

olduğundan,

$$S_{3\Phi} = 3 \cdot [V_{012}]^T \cdot [I_{012}]^*$$

$$S_{3\Phi} = 3 \cdot \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}^*$$

$$S_{3\phi} = P_{3\phi} + Q_{3\phi} = 3V_0.I_0^* + 3V_1.I_1^* + 3V_2.I_2^*$$

Problem-1)

$$\begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -110 \\ -110 \\ +110 \end{bmatrix} \text{kV} \qquad \begin{bmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ +20 \\ +20 \end{bmatrix} \text{A}$$

a-) Gerilim ve akımın simetrili bileşenlerini hesaplayınız,
b-) Bu bileşenler yardımıyla gücü hesaplayınız,
c-) Faz bileşenleri yardımıyla gücü hesaplayınız.

a-)

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_R \\ V_S \\ V_T \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -110 \\ -110 \\ +110 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} -110-110+110 \\ -110-a.110+a^2.110 \\ -110-a^2.110+a.110 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} -110 \\ a^2.220 \\ a.220 \end{bmatrix} \text{kV}$$

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_R \\ I_S \\ I_T \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -20 \\ +20 \\ +20 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} -20+20+20 \\ -20+a.20+a^2.20 \\ -20+a^2.20+a.20 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} +20 \\ -40 \\ -40 \end{bmatrix} \text{A}$$

b-)

$S_{3\phi} = 3V_0.I_0^* + 3V_1.I_1^* + 3V_2.I_2^*$
$S_{3\phi} = 3.(1/3).(1/3) \times [(-110).(+20)^* + (a^2.220).(-40)^* + (a.220).(-40)^*]$
$S_{3\phi} = [1/3] \times [-2200 + 8800] = 2200$ kVA

c-)

$S_{3\phi} = V_R.I_R^* + V_R.I_R^* + V_R.I_R^*$
$S_{3\phi} = (-110).(-20)^* + (-110).(20)^* + (110).(20)^*$
$S_{3\phi} = 2200 - 2200 + 2200 = 2200$ kVA

Simetrili Bileşnlerde Empedans Dönüşümü

$$[V_{RST}]=[Z_{RST}]\cdot[I_{RST}]$$

ifadesine simetrili bileşenler dönüşümü uygulandığında;

$$[A]\cdot[V_{012}]=[Z_{RST}]\cdot[A]\cdot[I_{012}]$$

$$[V_{012}]=[A]^{-1}\cdot[Z_{RST}]\cdot[A]\cdot[I_{012}]$$

tanım olarak empedans dönüşümü,

$$[Z_{012}]=[A]^{-1}\cdot[Z_{RST}]\cdot[A]$$

biçiminde ifade edilir ve genel ifade,

$$[V_{012}]=[Z_{012}]\cdot[I_{012}]$$

şekline dönüşmüş olur.

3 Fazlı sistemlerde empedans matrisi Faz Bileşenleri cinsinden şu şekilde ifade edilir :

$$Z_{RST}=\begin{bmatrix} Z_{RR} & Z_{RS} & Z_{RT} \\ Z_{SR} & Z_{SS} & Z_{ST} \\ Z_{TR} & Z_{TS} & Z_{TT} \end{bmatrix}$$

Dönüşüm uygulanırsa, Empedans Matrisinin simetrili bileşenleri bulunur;

$$Z_{012}=\begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}=\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Z_{RR} & Z_{RS} & Z_{RT} \\ Z_{SR} & Z_{SS} & Z_{ST} \\ Z_{TR} & Z_{TS} & Z_{TT} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

[Z_{RST}] Empedans Matrisinin Bazı Özellikleri

a-) [Z_{RST}] Matrisi tam dolu ve asimetrik ise, yani;

$Z_{RR} \neq Z_{RR} \neq Z_{TT}$ ve $Z_{RS} \neq Z_{SR}$, $Z_{RT} \neq Z_{TR}$, $Z_{ST} \neq Z_{TS}$

ise bu durumda **[Z_{012}]** simetrili bileşenler matrisi de tam dolu olur. Bunun anlamı "dizi bileşen devreleri" arasında kuplaj var demektir, yani herhangi bir bileşen diziden geçen akım, diğer bileşen dizilerde gerilim endüklemektedir". Bu durum simetrili bileşenlerden gelen kolaylığı yok etmektedir.

Oysaki elektrik güç sistemlerindeki pek çok eleman ya simetrik (hatlar, trafolar) ya da döner simetrik) yapıdadır (elektrik motorları-generatörleri).

b-) [Z_{RST}] Matrisi Tam Simetrik ise;

$$Z_{RST} = \begin{bmatrix} Z_S & Z_m & Z_m \\ Z_S & Z_S & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_S \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} Z_S + 2Z_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_S - Z_m & 0 \\ 0 & 0 & Z_S - Z_m \end{bmatrix}$$

c-) [Z_{RST}] Matrisi Döner Simetrik ise;

$$Z_{RST} = \begin{bmatrix} Z_S & Z_m & Z_n \\ Z_n & Z_S & Z_m \\ Z_m & Z_n & Z_S \end{bmatrix}$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} Z_S + Z_m + Z_n & 0 & 0 \\ 0 & Z_S + a^2.Z_m + a.Z_n & 0 \\ 0 & 0 & Z_S + a.Z_m + a^2.Z_n \end{bmatrix}$$

Her iki durumda da

Z_0 , Z_1 ve Z_2 mevcut olmakla beraber,

$Z_{01}=Z_{10}=Z_{02}=Z_{20}=Z_{12}=Z_{21}= 0$

olduğundan dizi devreleri arasında kuplaj olmayacaktır...

Dizi Bileşen Devreleri

$$[V_{RST}] = [E_{RST}] - [Z_{RST}] \cdot [I_{RST}]$$
$$[A] \cdot [V_{012}] = [A] \cdot [E_{012}] - [Z_{RST}] \cdot [A] \cdot [I_{012}]$$
$$[V_{012}] = [E_{012}] - [A]^{-1} \cdot [Z_{RST}] \cdot [A] \cdot [I_{012}]$$
$$[Z_{012}] = [A]^{-1} \cdot [Z_{RST}] \cdot [A]$$

$$[V_{012}] = [E_{012}] - [Z_{012}] \cdot [I_{012}]$$

$$[E_{RST}] = \begin{bmatrix} E_R \\ E_S \\ E_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_R \\ a^2.E_R \\ a.E_R \end{bmatrix} \qquad [E_{012}] = [A]^{-1} \cdot [E_{RST}]$$

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_R \\ a^2.E_R \\ a.E_R \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} E_R\left(1 + a + a^2\right) \\ E_R\left(1 + a^3 + a^3\right) \\ E_R\left(1 + a^4 + a^2\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_R \\ 0 \end{bmatrix}$$

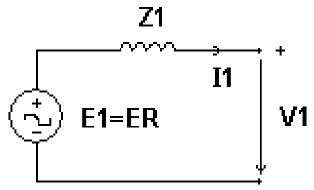
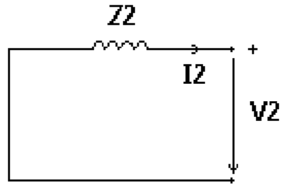
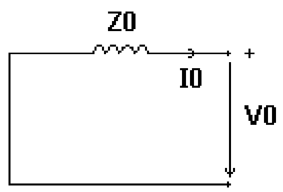
Sonuç : Dizi bileşen devrelerinde, yalnızca pozitif dizi bileşende kaynak bulunmaktadır.

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_R \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

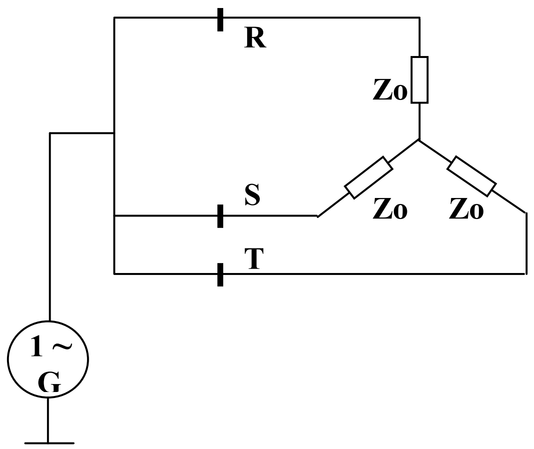
$$V_0 = 0 - Z_0.I_0$$

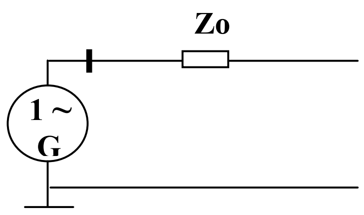
$$V_1 = E_R - Z_1.I_1$$

$$V_2 = 0 - Z_2.I_2$$

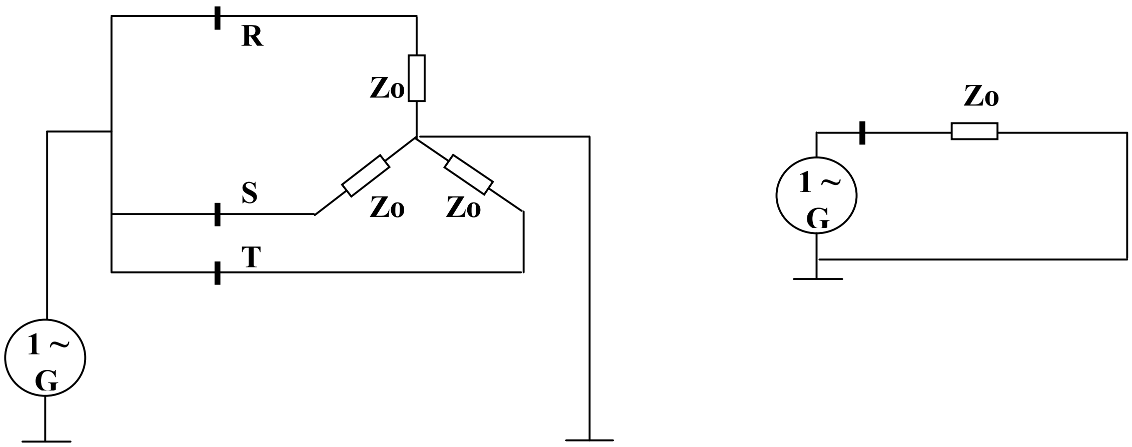
	$V_1 = E_R - Z_1.I_1$	Pozitif Dizi Bileşen Devresi
	$V_2 = 0 - Z_2.I_2$	Negatif Dizi Bileşen Devresi
	$V_0 = 0 - Z_0.I_0$	Sıfır Dizi Bileşen Devresi

Yükler için Sıfır Diziler

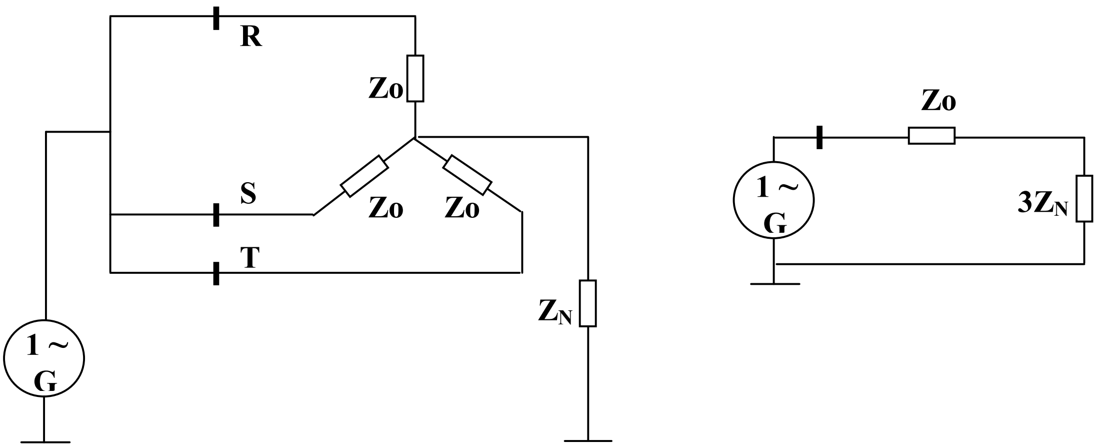




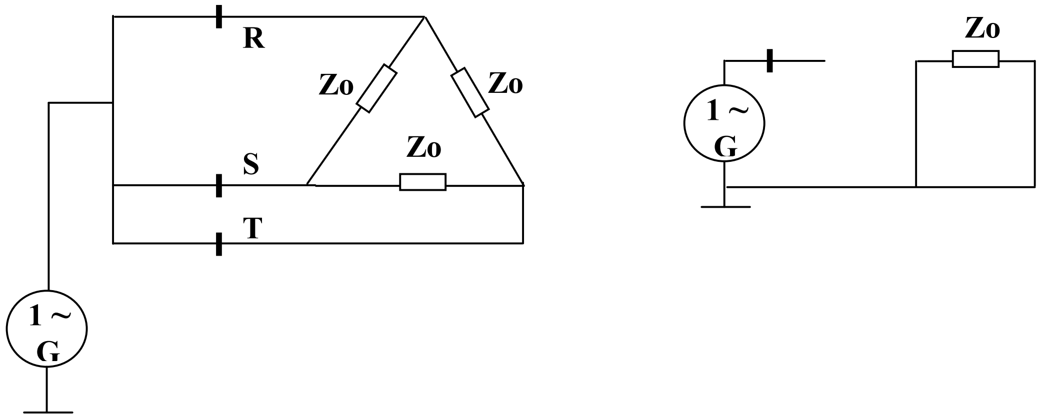
a) Y , Yıldız-Topraksız BağlıYük, Sıfır Dizi Bağlama b) Tek Faz Eşdeğer Devresi



a) Y , Yıldız-Topraklı BağlıYük, Sıfır Dizi Bağlama b) Tek Faz Eşdeğer Devresi

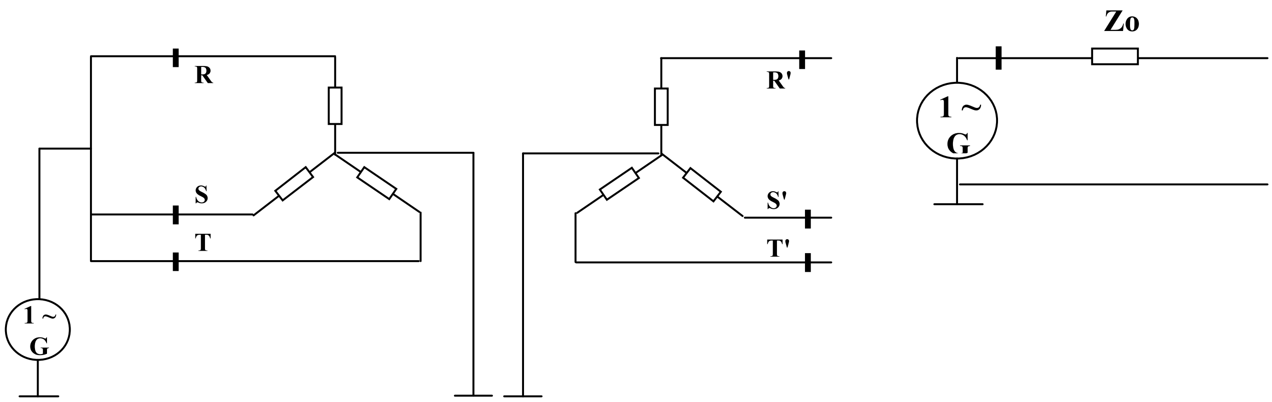


a) Y , Yıldız-Empedans ÜzerindenTopraklı BağlıYük, Sıfır Dizi Devresi b) Tek Faz Eşdeğer Devresi

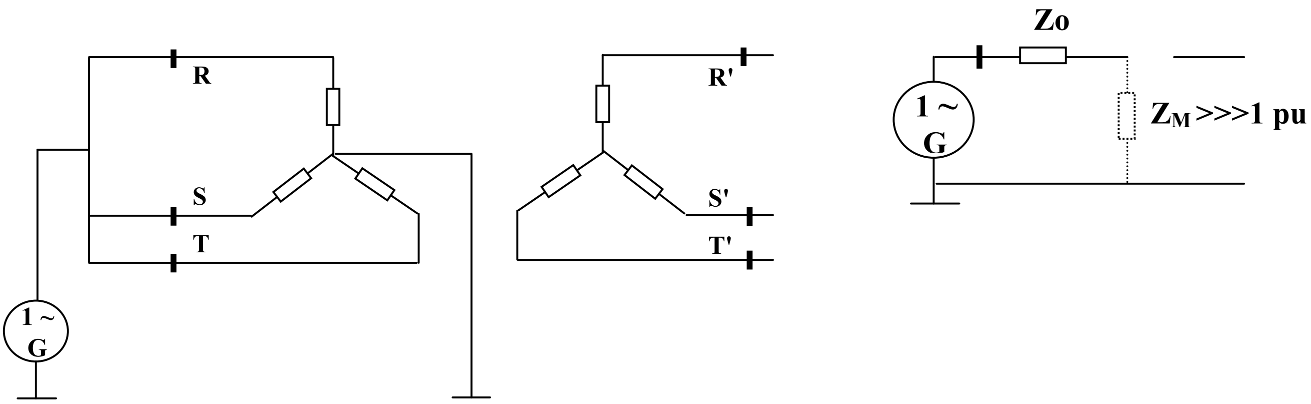


a) Δ , Üçgen BağlıYük, Sıfır Dizi Devresi b) Tek Faz Eşdeğer Devresi

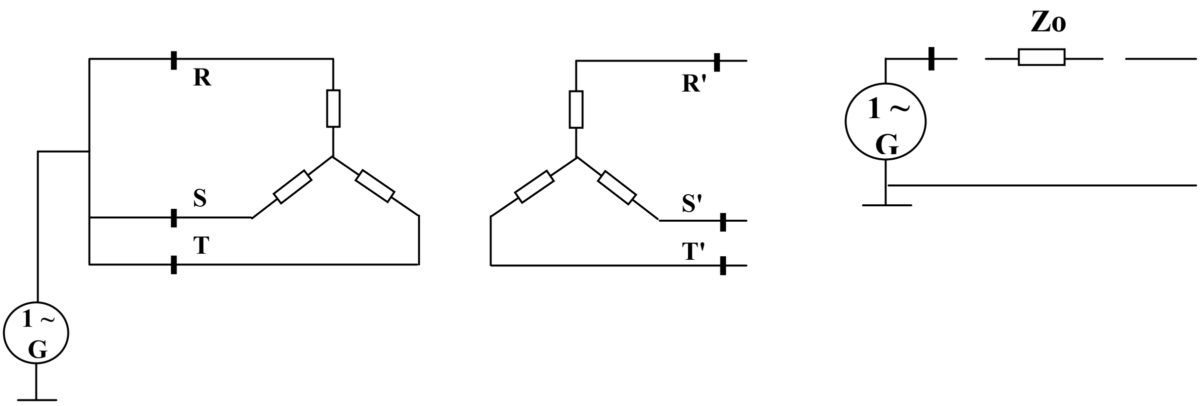
Trafolar için Sıfır Diziler



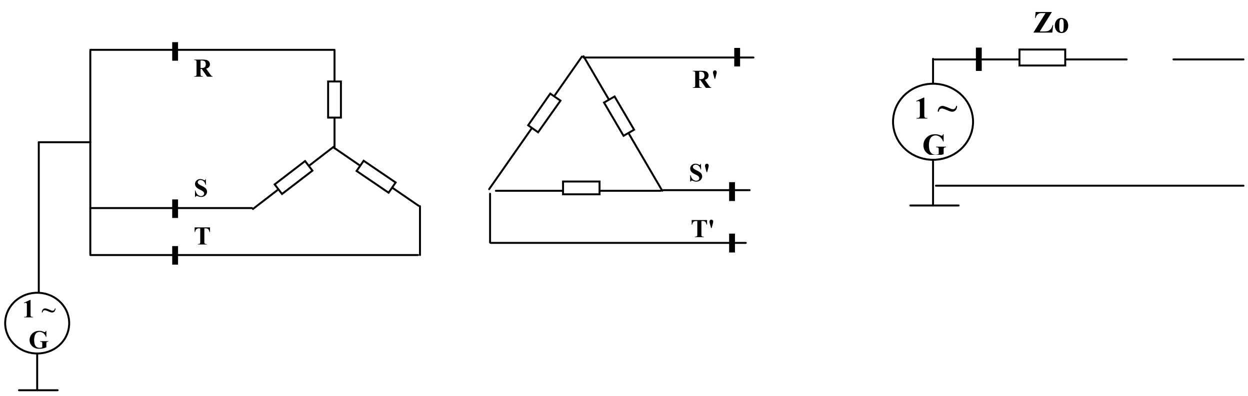
a) Yıldız-Topraklı / Yıldız Topraklı Bağlı Trafo, Sıfır Dizi Bağlama b) Tek Faz Eşdeğer Devresi



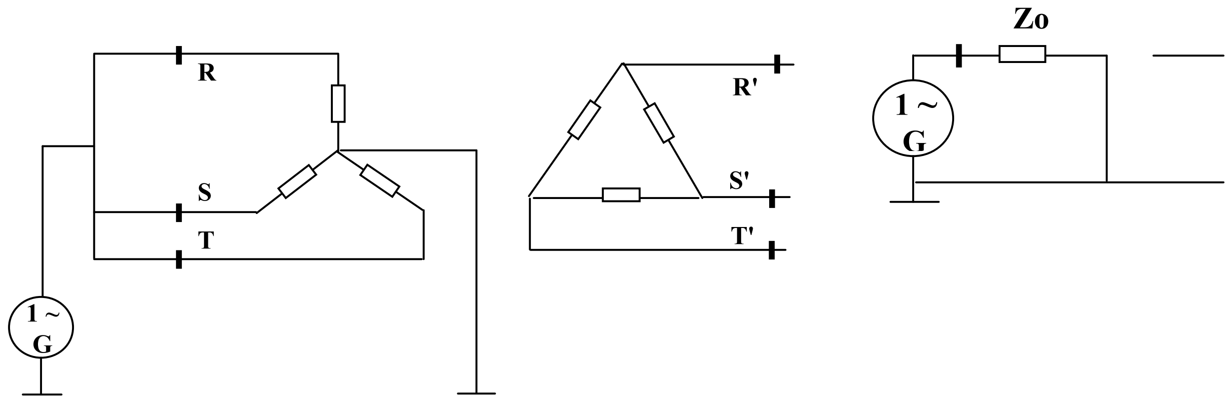
a) Yıldız-Topraklı / Yıldız Bağlı Trafo, Sıfır Dizi Bağlama b) Tek Faz Eşdeğer Devresi



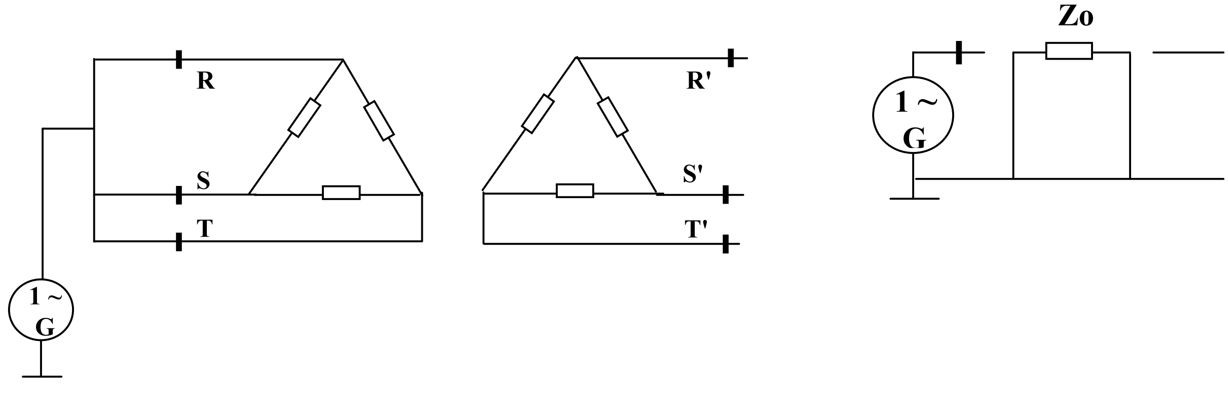
a) Yıldız / Yıldız Bağlı Trafo, Sıfır Dizi Bağlama b) Tek Faz Eşdeğer Devresi



a) Yıldız / Üçgen Bağlı Trafo, Sıfır Dizi Bağlama b) Tek Faz Eşdeğer Devresi

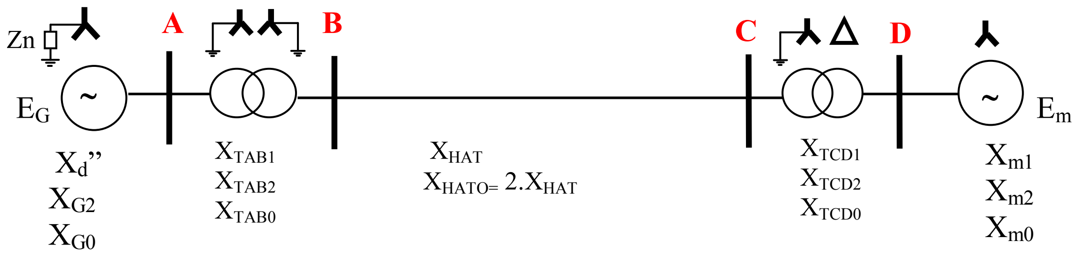


a) Yıldız-Topraklı / Üçgen Bağlı Trafo, Sıfır Dizi Bağlama b) Tek Faz Eşdeğer Devresi

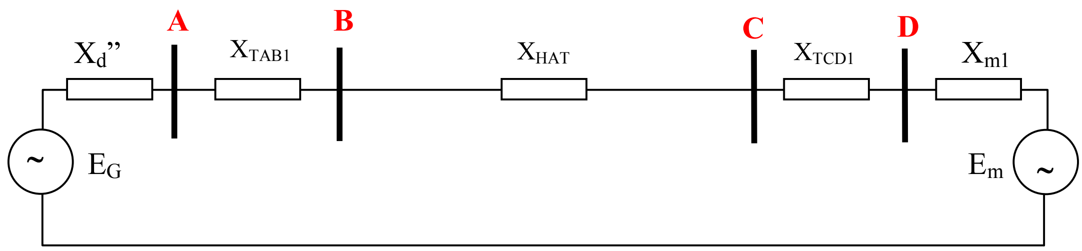


a) Üçgen / Üçgen Bağlı Trafo, Sıfır Dizi Bağlama b) Tek Faz Eşdeğer Devresi

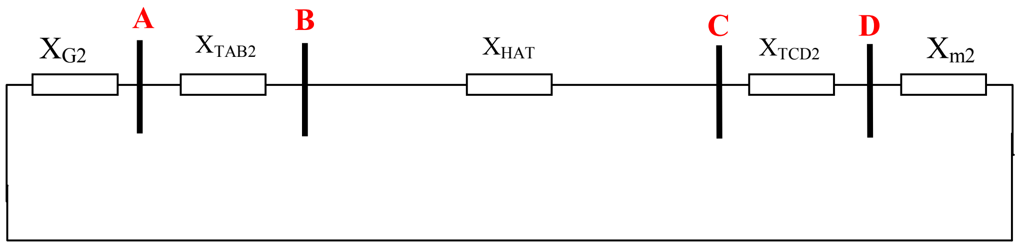
ÖRNEK : Tek hat şeması verilen bir sistemin doğru, ters ve sıfır dizi bileşenleri



Doğru “Pozitif” Dizi Bileşeni



Ters “Negatif” Dizi Bileşeni



Sıfır Dizi Bileşeni