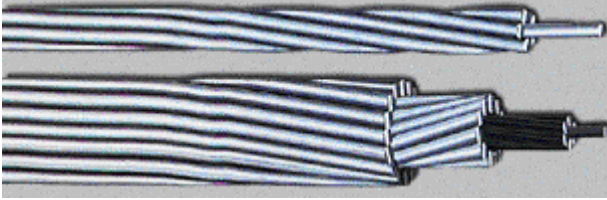


BÖLÜM 4 İLETİM HATLARI

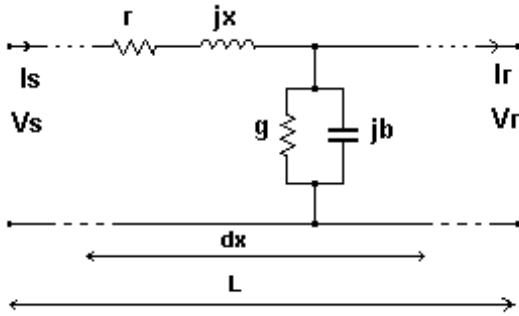
4.1. İletim hatlarının yapısı

Yüksek gerilim iletim hatlarında malzeme olarak çelik özlü alüminyum iletkenler kullanılır. (ACSR –Aluminium Conductor Steel Reinforced) Kanada standardı olarak tüm dünyada kuş isimleri ile karakteristik adları bilinen ACSR iletkenler AWG veya MCM ölçekleriyle anılan kesitlere sahiptirler ve ülkemizde de TS-IEC 1089' a uygun olarak, 15 mm² ile 750 mm² kesitleri arasında üretilmektedir.



Şekil 4.1. ACSR iletken

İletkende seri olarak tel direnci ve magnetik alandan doğan reaktans ile şönt olarak elektrik alandan doğan toprak kapasitesi mevcuttur.



Şekil 4.2. Hattın (dx) sonsuz küçük parçasındaki (dağıtılmış) hat parametreleri

r : Hattın seri omik direnci (rezistans); x : Hattın seri endüktif direnci (reaktans),
g : Hattın kaçak iletkenliği, (Kondüktans), b : Hattın kaçak kapasitesini (suseptans)

L(km) : hat boyu

Dağıtılmış parametreleri ile hatlar;

a-) Yüksek frekanslı iletimde (haberleşme hatları)

b-) Geçici olaylar sonucu oluşan yürüyen dalga analizlerinde

c-) Uzun mesafeli enerji iletiminde

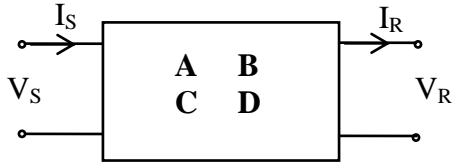
gözönüne alınırlar. Bunun ötesinde daha çok hatların parametrik değerleri " z : kilometre başına seri empedans- ohm/km" veya " y : kilometre başına şönt admitans 1/ohm.km olarak birim uzunluk başına verilmektedir.

Hatların admitans ve empedans etkileri, hat uzunluğuna bağlıdır.

$Z = z.L = r.L + j x.L$ (ohm) Hattın toplam seri empedansı,

$Y = y.L = g.L + j b.L$ (1/ohm) Hattın toplam şönt admitansı

4.2. İki Kapılı Devreler: Transmission parametreleri : A, B, C, D



Şekil 4.3. İki kapılı devre

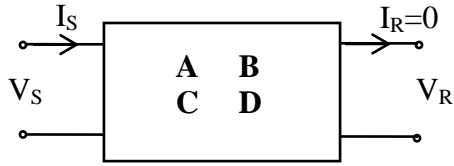
$$\begin{aligned}\vec{V}_S &= A\vec{V}_R + B\vec{I}_R \\ \vec{I}_S &= C\vec{V}_R + D\vec{I}_R\end{aligned}\quad (1)$$

A, B, C, D sabitleri, transmission parametreleri olarak adlandırılır. $|A \cdot D - B \cdot C| = 1$ ve simetrik devrelerde $D = A$ olur.

Bu parametreler iki test ile bulunur:

- açık devre testi
- kısa devre testi

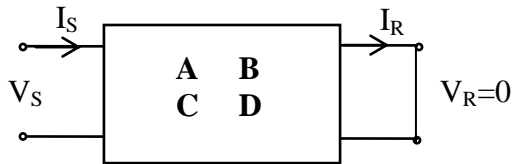
4.2.1. Açık Devre Testi :



Şekil 4.4. İki kapılı devre, açık devre testi

$$\begin{aligned}\vec{I}_R &= 0, \text{ olduğundan} \\ \vec{V}_S &= A\vec{V}_R \therefore A = \frac{\vec{V}_S}{\vec{V}_R} \\ \vec{I}_S &= B\vec{V}_R \therefore B = \frac{\vec{I}_S}{\vec{V}_R}\end{aligned}$$

4.2.2. Kısa Devre Testi



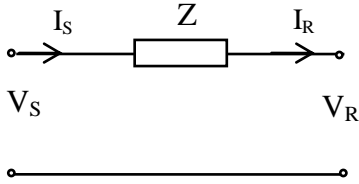
Şekil 4.5. İki kapılı devre, kısa devre testi

$\vec{V}_R = 0$, olduğundan

$$\vec{V}_S = B\vec{I}_R \therefore B = \frac{\vec{V}_S}{\vec{I}_R}$$

$$\vec{I}_S = D\vec{I}_R \therefore D = \frac{\vec{I}_S}{\vec{I}_R}$$

4.2.3. Sadece seri empedanstan oluşan devrede Transmisyon Sabitleri :



Şekil 4.6. Seri Z elemanından ibaret olan iki-kapılı devre

devreden,

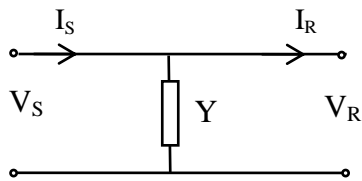
$$\vec{I}_S = \vec{I}_R$$

$$\vec{V}_S = \vec{V}_R + \vec{Z}\vec{I}_R$$

eşitlikten

$$\therefore A = 1, B = Z, C = 0, D = 1$$

4.2.4. Sadece şönt admitanstan oluşan devrede Transmission Sabitleri :



Şekil 4.7. Şönt Y elemanından ibaret olan iki-kapılı devre

devreden,

$$\vec{V}_S = \vec{V}_R$$

$$\vec{I}_S = Y\vec{V}_R + \vec{I}_R$$

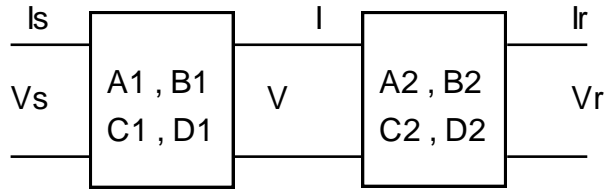
eşitlikten;

$$\therefore A = 1, B = 0, C = Y, D = 1$$

4.3. Seri veya Paralel Bağlı Devreler için Hat Sabitleri

İki kapılı bir devre için temel olarak, $V_s = A.V_r + B.I_r$ ve $I_s = C.V_r + D.I_r$ eşitliklerini sağlayan hat sabitleri farklı değerlerle birbirine seri ya da paralel bağlı devreler için şu şekilde belirlenir.

4.3.1 Seri bağlı devreler



Şekil 4.8. Seri bağlı iki kapılı devreler

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} V \\ I \end{bmatrix}$ yerine konur ve gerekli düzenlemeler yapılırsa seri bağlı devreler için,

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

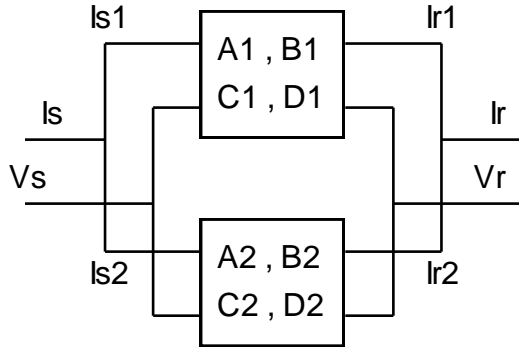
$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

Sonuç olarak;

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A &= A_1 \cdot A_2 + B_1 \cdot C_2 & B &= A_1 \cdot B_2 + B_1 \cdot D_2 \\ C &= A_2 \cdot C_1 + C_2 \cdot D_1 & D &= B_2 \cdot C_1 + D_1 \cdot D_2 \end{aligned}$$

4.3.2 Paralel bağlı devreler



Şekil 4.9. Paralel bağlı iki kapılı devreler

$V_S = A \cdot V_R + B \cdot I_R = A_1 \cdot V_R + B_1 \cdot I_{R1} = A_2 \cdot V_R + B_2 \cdot I_{R2}$, $I_S = C \cdot V_R + D \cdot I_R$,
 $I_{S1} = C_1 \cdot V_R + D_1 \cdot I_{R1}$, $I_{S2} = C_2 \cdot V_R + D_2 \cdot I_{R2}$ ve $I_S = I_{S1} + I_{S2}$, $I_R = I_{R1} + I_{R2}$
 eşitlikleri kullanılarak hat sabitleri,

$$A = \frac{A_1 \cdot B_2 + A_2 \cdot B_1}{B_1 + B_2} , \quad B = \frac{B_1 \cdot B_2}{B_1 + B_2} , \quad C = C_1 + C_2 + \frac{(A_1 - A_2) \cdot (D_2 - D_1)}{B_1 + B_2}$$

$$D = \frac{D_1 \cdot B_2 + D_2 \cdot B_1}{B_1 + B_2}$$

şeklinde sabitler belirlenir.

Çözüm :

$$\vec{I}_S = \vec{I}_{S1} + \vec{I}_{S2}$$

$$\vec{I}_R = \vec{I}_{R1} + \vec{I}_{R2} \therefore \vec{I}_{R1} = \vec{I}_R - \vec{I}_{R2}$$

$$\therefore \vec{I}_S = C_1 \vec{V}_{R1} + D_1 \vec{I}_{R1} + C_2 \vec{V}_{R2} + D_2 \vec{I}_{R2}$$

böylece,

$$\vec{V}_S = \vec{V}_{S1} = A_1 \vec{V}_{R1} + B_1 \vec{I}_{R1} = \vec{V}_{S2} = A_2 \vec{V}_{R2} + B_2 \vec{I}_{R2} = A_1 \vec{V}_R + B_1 \vec{I}_{R1} = A_2 \vec{V}_R + B_2 \vec{I}_{R2}$$

$$\therefore B_2 \vec{I}_{R2} = (A_1 - A_2) \vec{V}_R + B_1 \vec{I}_{R1} = (A_1 - A_2) \vec{V}_R + B_1 (\vec{I}_R - \vec{I}_{R2})$$

$$\therefore \vec{I}_{R2} (B_1 + B_2) = (A_1 - A_2) \vec{V}_R + B_1 \vec{I}_R$$

$$\therefore \vec{I}_{R2} = \frac{A_1 - A_2}{B_1 + B_2} \vec{V}_R + \frac{B_1}{B_1 + B_2} \vec{I}_R$$

$$\therefore \vec{I}_S = (C_1 + C_2) \vec{V}_R + D_1 \vec{I}_R - D_1 \vec{I}_{R2} + D_2 \vec{I}_{R2}$$

$$\therefore \vec{I}_S = (C_1 + C_2)\vec{V}_R + D_1\vec{I}_R + (D_2 - D_1)\left(\frac{A_1 - A_2}{B_1 + B_2}\vec{V}_R + \frac{B_1}{B_1 + B_2}\vec{I}_R\right)$$

$$\therefore \vec{I}_S = \left[C_1 + C_2 + \frac{(D_2 - D_1)(A_1 - A_2)}{B_1 + B_2} \right] \vec{V}_R + \frac{D_1 B_2 + B_1 D_2}{B_1 + B_2} \vec{I}_R$$

aynı şekilde ,

$$\vec{V}_S = \frac{A_1 B_2 + B_1 A_2}{B_1 + B_2} \vec{V}_R + \frac{B_1 B_2}{B_1 + B_2} \vec{I}_R$$

sonuç olarak;

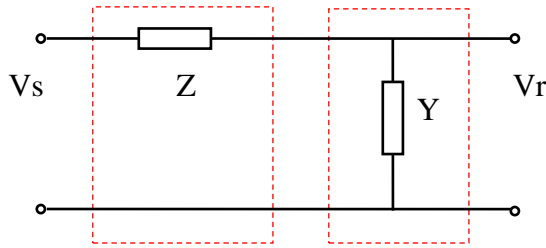
$$A_{eq} = \frac{A_1 B_2 + B_1 A_2}{B_1 + B_2}$$

$$B_{eq} = \frac{B_1 B_2}{B_1 + B_2}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \frac{(D_2 - D_1)(A_1 - A_2)}{B_1 + B_2}$$

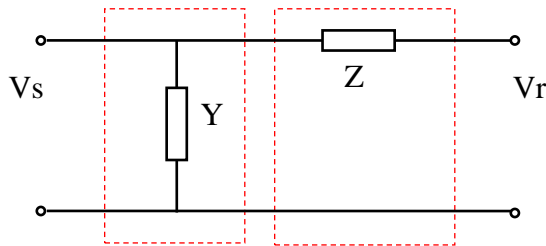
$$D_{eq} = \frac{D_1 B_2 + B_1 D_2}{B_1 + B_2}$$

4.3.3. Örnek Devreler :



Şekil 4.10. L devresi

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + ZY & Z \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$



Şekil 4.11. Ters L devresi

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ Y & 1 + ZY \end{bmatrix}$$

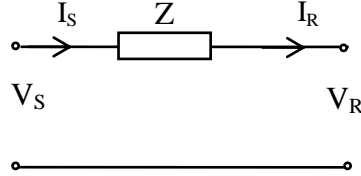
4.4. Hat Modelleri

Hat uzunluklarının etkilerinden dolayı iletim hatlarını,

- 1) Kısa hatlar (80 km kadar),
- 2) Orta uzunluktaki hatlar (80-250 km arası),
- 3) Uzun hatlar (250 km üstü)

şeklinde modellemek mümkündür.

4.4.1 Kısa hatlar



Şekil 4.12. Kısa hat gösterilimi

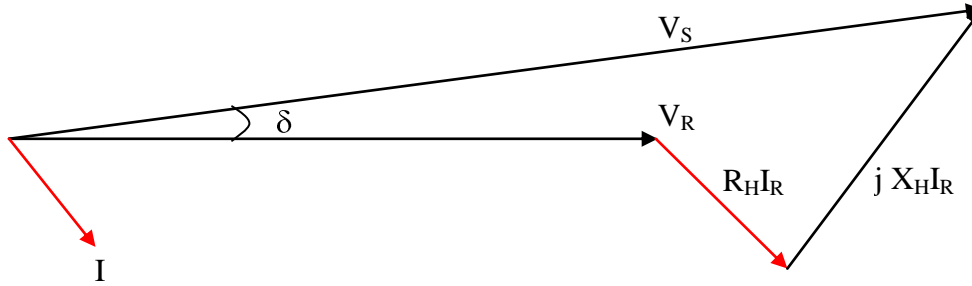
devreye bakarak çözüm,

$$\vec{I}_S = \vec{I}_R$$

$$\vec{V}_S = \vec{V}_R + \vec{Z}\vec{I}_R$$

A B C D Sabitleri

$$\therefore A = 1, B = Z, C = 0, D = 1$$

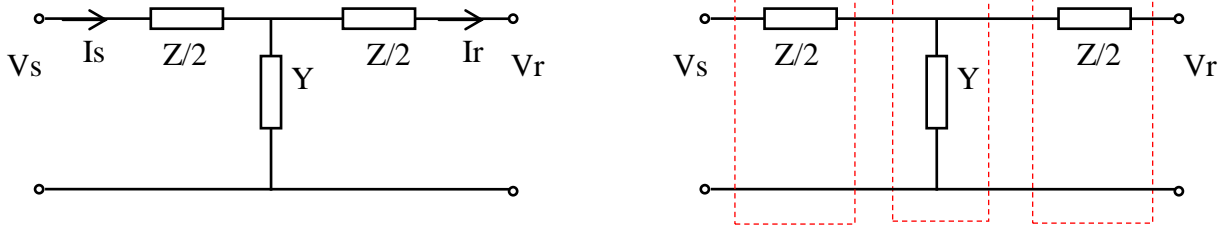


Şekil 4.13. Kısa hat fazör diyagramı

4.4.2 Orta Uzunluktaki Hatlar

4.4.2.1. Nominal T devresi

Nominal T devresiyle göz önüne alınan hatlarda , hattın toplam şönt kapasitesi hattın ortasında, seri empedansı ise yarıya bölünerek hattın her iki ucuna konulmaktadır.



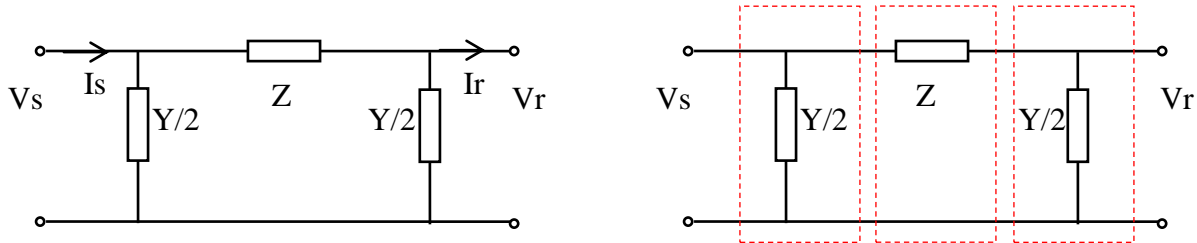
Şekil 4.14. a) Nominal T devresi b) Seri bağlı iki-kapılı devreler yardımıyla **T** modelinin oluşturulması

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & Z/2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + ZY/2 & Z \cdot \left(1 + Z \frac{Y}{4}\right) \\ Y & 1 + ZY/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ I_r \end{bmatrix}$$

$$A = D = 1 + Z \cdot Y/2, \quad B = Z \cdot (1 + Z \cdot Y/4), \quad C = Y$$

Nominal π devresiyle göz önüne alınan bu hatlar açısından, hattın toplam şönt kapasitesi yarıya bölünerek hattın iki ucuna konulmaktadır.

4.4.2.2. Nominal Π devresi



Şekil 4.15. a) Nominal Π devresi b) Seri bağlı iki-kapılı devreler yardımıyla Π modelinin oluşturulması

Hat başı ve hat sonu gerilim ve akım değerleri arasında;

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y/2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y/2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + Z \frac{Y}{2} & Z \\ Y \cdot \left(1 + Z \frac{Y}{4}\right) & 1 + Z \frac{Y}{2} \end{bmatrix}$$

Ve bu bağıntılar genel formda;

$$V_s = A \cdot V_r + B \cdot I_r$$

$$I_s = C \cdot V_r + D \cdot I_r$$

$$V_s = (1+Z.Y/2).V_r + Z.I_r$$

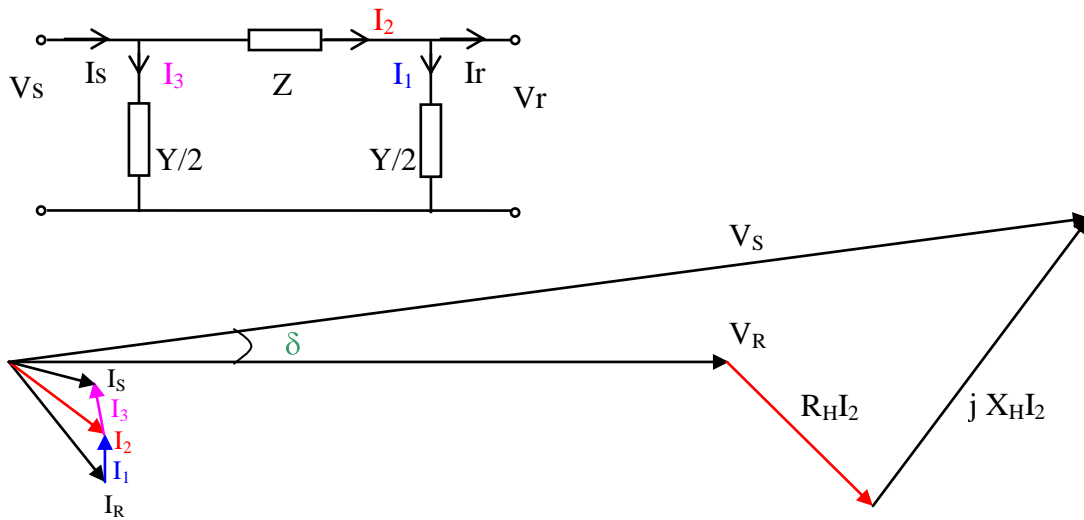
$$I_s = Y.(1+Z.Y/4).V_r + (1+Z.Y/2).I_r$$

bağıntıları ile ifade edilirler.

Böylece orta uzunlukta ve simetrik yapıda bir hat için A, B, C, D sabitleri ;

$$A = D = 1+Z.Y/2, B = Z, C = Y.(1+Z.Y/4)$$

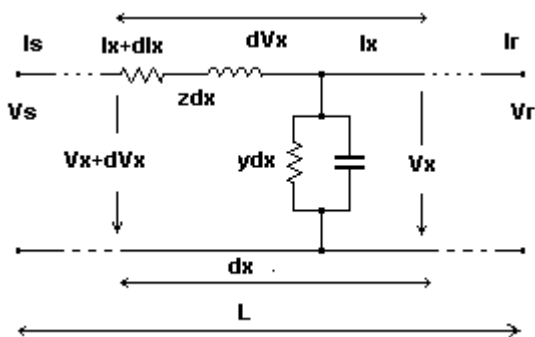
olarak belirlenmektedirler.



Şekil 4.16. a) Nominal Π devresi b) devrenin fazör diyagramı

4.4.3 Uzun İletim Hatları

Burada iletim hattının parametrelerinin toplu değil, hat boyunca (üniform)düzgün olarak dağıldığı kabul edilerek tam çözüm yapılır. Çözüm için göz önüne alınan şekil aşağıda verilmiştir.



Şekil 4.17. Uzun iletim hattının şematik gösterilimi

Burada;

z : birim uzunluktaki hattın seri empedansını,

y : birim uzunluktaki hattın şönt admitansını,

L : hattın toplam uzunluğunu,

$Z = z.L$: toplam seri empedansı,

$Y = y.L$: toplam şönt admitansı göstermektedir.

$Z_c = \sqrt{z/y}$: karakteristik empedans

$Y_c = \sqrt{y/z}$: karakteristik admitans

$\gamma = \sqrt{z.y} = \alpha + j\beta$:

γ : propagasyon (yayılma) sabiti

α : zayıflama sabiti (Neper/m) (dB/m = 8,686xNp/m)

İlerleme yönündeki gerilim, ya da akım dalgasının birim uzunluktaki genlik olarak zayıflaması

β : faz sabiti (Radyan/m) ($\beta = 2\pi/\lambda$ Radyan/uzunluk)

Birim uzunluktaki iki nokta arasındaki gerilim veya akımların faz açıları arasındaki fark

Şekil 4.17 ' ye göre, hattın dx mesafesi başındaki akım $I_x + \Delta I_x$ gerilim $V_x + \Delta V_x$ iken, sonundaki akım I_x gerilim ise V_x olmaktadır. Buna göre dx mesafesi için gerilim (dV_x) ve akım (dI_x) çözümleri ilişkin ifadeleri elde edilir. Bu ifadeler, $L = x$ için, ($V_S = V_x$ ve $I_S = I_x$) yeniden oluşturulursa;

Gerilim Değişimi	Akım Değişimi
$dV_x = (I_x + dI_x).zdx$	$dI_x = (V_x + dV_x).ydx$
$dV_x \cong (I_x).zdx.$	$dI_x \cong (V_x).ydx$
$\frac{dV_x}{dx} = z \cdot I_x$	$\frac{dI_x}{dx} = y \cdot V_x$
$\frac{d^2 V_x}{dx^2} = z \frac{dI_x}{dx} = z \cdot y \cdot V_x$	$\frac{d^2 I_x}{dx^2} = z \frac{dV_x}{dx} = z \cdot y \cdot I_x$
2. mertebe adi lineer diferansiyel denklem $x=0$ için $V_x=V_R$, $I_x=I_R$ $x=L$ için $V_x=V_S$, $I_x=I_S$ başlangıç koşulları	

çözüm;

$V_S = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{\alpha L} e^{j\beta L} + \frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-\alpha L} e^{-j\beta L}$
$I_S = \frac{Y_C V_R + I_R}{2} e^{\alpha L} e^{j\beta L} - \frac{Y_C V_R - I_R Z_C}{2} e^{-\alpha L} e^{-j\beta L}$

$V_S = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{\gamma L} + \frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-\gamma L}$
$I_S = \frac{Y_C V_R + I_R}{2} e^{\gamma L} - \frac{Y_C V_R - I_R}{2} e^{-\gamma L}$

$V_S = \left[\frac{e^{\gamma L} + e^{-\gamma L}}{2} \right] \cdot V_R + \left[\frac{e^{\gamma L} - e^{-\gamma L}}{2} \right] \cdot Z_C I_R$
$I_S = \left[\frac{e^{\gamma L} - e^{-\gamma L}}{2} \right] \cdot Y_C V_R + \left[\frac{e^{\gamma L} + e^{-\gamma L}}{2} \right] \cdot I_R$

$V_S = \cosh(\gamma.L).V_R + \sinh(\gamma.L).Z_C.I_R$
$I_S = \sinh(\gamma.L).Y_C.V_R + \cosh(\gamma.L).I_R$

elde edilir. Bu denklemler uzun bir hat için hat başı gerilim ve akımını hat sonu gerilim ve akımına bağlayan ifadelerdir. Hat sabitleri için belirttiği gibi, bu bağıntılar genel denklemler halinde,

$$V_S = A.V_R + B.I_R$$

$$I_S = C.V_R + D.I_R$$

şeklinde gösterilebilirler. Bu durumda uzun iletim hatları için bu sabitler;

$A = \cosh(\gamma.L) = \cosh((\sqrt{yz}).L) = \cosh(YZ) = \cosh \Theta$
$B = Z_C.\sinh(\gamma.L) = Z_C.\sinh((\sqrt{yz}).L) = Z_C.\sinh(YZ) = Z_C.\sinh \Theta$
$C = Y_C.\sinh(\gamma.L) = Y_C.\sinh((\sqrt{yz}).L) = Y_C.\sinh(YZ) = Y_C.\sinh \Theta$
$D = A$

olur.

$V_S = \cosh(\Theta).V_R + \sinh(\Theta).Z_C.I_R$
$I_S = \sinh(\Theta).Y_C.V_R + \cosh(\Theta).I_R$

Not:

kompleks sayıların dolaylı hesabı içiŝin (eskiden) çözümler için ya hiperbolik formların açılımlarından;

$$\sinh(\gamma.L) = \sinh(\alpha.L + j\beta.L) = \sinh(\alpha.L).\cos(\beta.L) + j\cosh(\alpha.L).\sin(\beta.L)$$

$$\cosh(\gamma.L) = \cosh(\alpha.L + j\beta.L) = \cosh(\alpha.L).\cos(\beta.L) + j\sinh(\alpha.L).\sin(\beta.L)$$

$$\cosh(\gamma.L) = \cosh(\alpha.L + j\beta.L) = \frac{e^{\gamma.L} + e^{-\gamma.L}}{2} = \frac{1}{2} \cdot (e^{\alpha.L}e^{j\beta.L} + e^{-\alpha.L}e^{-j\beta.L})$$

$$\sinh(\gamma.L) = \sinh(\alpha.L + j\beta.L) = \frac{e^{\gamma.L} - e^{-\gamma.L}}{2} = \frac{1}{2} \cdot (e^{\alpha.L}e^{j\beta.L} - e^{-\alpha.L}e^{-j\beta.L})$$

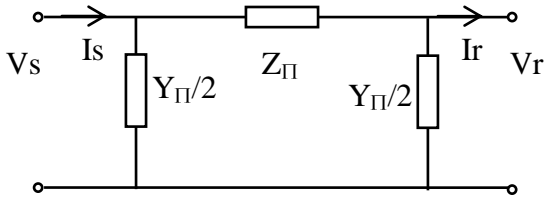
veya seriye açılımlardan faydalanılırdı;

$$A = 1 + \frac{YZ}{2} + \frac{Y^2Z^2}{24} + \frac{Y^3Z^3}{720} + \dots$$

$$B = Z \cdot \left(1 + \frac{YZ}{6} + \frac{Y^2Z^2}{120} + \frac{Y^3Z^3}{5040} + \dots \right)$$

$$C = Y \cdot \left(1 + \frac{YZ}{6} + \frac{Y^2Z^2}{120} + \frac{Y^3Z^3}{5040} + \dots \right)$$

Orta uzunluktaki hatlarda, hat büyüklükleri için toplu parametreler kullanıldığından, nominal π ve T devreleri, hattı tam olarak temsil edemez. Uzun iletim hatlarında düzgün dağıtılmış parametreler kullanıldığından, devre orta uzunlukta hatlar için kullanılana benzer bir eşdeğer π veya T devresi yardımıyla daha doğru bir biçimde modellenenir.



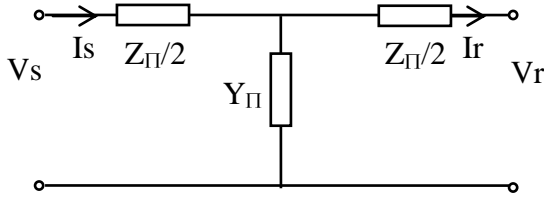
Şekil 4.18 Uzun iletim hattının eşdeğer π devresi yardımıyla gösterilimi

Şekil 4.15 'e benzer olarak devredeki seri empdansa (Z_{π}) ve şönt admitansa da (Y_{π}) denilirse simetrik bir devre için geçerli olan π denklemine benzer olarak :

nominal Π ye benzetimden;

$V_S = \cosh(\gamma.L).V_R + \sinh(\gamma.L).Z_C.I_R = (1+Z_{\Pi}.Y_{\Pi}/2).V_R + Z_{\Pi}.I_R$
$I_S = \sinh(\gamma.L).Y_C.V_R + \cosh(\gamma.L).I_R = Y_{\Pi}.(1+Z_{\Pi}.Y_{\Pi}/4).V_R + (1+Z_{\Pi}.Y_{\Pi}).I_R$

$Z_{\Pi} = B = Z_C \sinh \Theta = Z_C \sinh \gamma L = Z_C \cdot \frac{\sinh \sqrt{YZ}}{\sqrt{YZ}}$
$\frac{Y_{\Pi}}{2} = \frac{A-1}{B} = \frac{\cosh \Theta - 1}{Z_C \sinh \Theta} = \frac{\tanh\left(\frac{1}{2} \cdot \gamma.L\right)}{Z_C} = \frac{Y}{2} \cdot \frac{\tanh\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{YZ}\right)}{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{YZ}}$



Şekil 4.19. Uzun iletim hattının eşdeğer T devresi yardımıyla gösterilimi

Benzer durum nominal T için de uygulanabilir.

Burada da nominal benzer olarak devredeki seri empdansa (Z_T) ve şönt admitansa da (Y_T) denilirse simetrik bir devre için geçerli olan T denklemine benzer olarak :

nominal T ye benzetimden;

$V_S = \cosh(\gamma.L).V_R + \sinh(\gamma.L).Z_C.I_R = (1+Z_T.Y_T/2).V_R + Z_{\Pi}.(1+Z_T.Y_T/2).I_R$
$I_S = \sinh(\gamma.L).Y_C.V_R + \cosh(\gamma.L).I_R = Y_T.V_R + (1+Z_T.Y_T).I_R$

$Y_T = C = Y_C \sinh \Theta = Y_C \cdot \frac{\sinh \sqrt{YZ}}{\sqrt{YZ}}$
$\frac{Z_T}{2} = \frac{A-1}{C} = \frac{\cosh \Theta - 1}{Y_C \sinh \Theta} = \frac{\tanh\left(\frac{1}{2} \cdot \gamma.L\right)}{Y_C} = Z_C \cdot \tanh\left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{YZ}\right)$

4.5. Örnek Problemler

Problem 1.)

Uzunluğu $L=200$ km, seri reaktansı $x=j0,25$ (ohm/km), şönt admitansı $y= j10^{-6}$ (1/ohmkm) olan bir iletim hattının hat sonundan $\text{Cos}\varphi=1$ güç faktörü ile $S_r=120$ MVA güç çekilmektedir. Hat sonu gerilimi $U_r = 380$ KV (faz arası) olan bu hattın,

- Nominal Π devresi için A, B, C, D sabitlerini hesaplayınız,
- Hatbaşı Gerilimini, akımını ve gücünü hesaplayınız.

Çözüm

$$a) Z = x.L = j0,25.200 = j50 \text{ ohm}, Y = y.L = j 10^{-6}.200 = j2 \times 10^{-4} \text{ (1/ohm)}$$

$$A = 1 + Z.Y/2 = 1 + j50 \times (j2 \times 10^{-4}) / 2 = 0,995$$

$$B = Z = j50 \text{ ohm}$$

$$C = Y.(1 + Z.Y/4) = j 1.995 \times 10^{-4}$$

$$D = A$$

$$b) V_r = U_r / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ kV}$$

$$I_r = S_r / \sqrt{3}.U_r = 120.10^6 / \sqrt{3}.380.10^3 = 182,3 \text{ A} = 0,1823 \text{ kA}$$

$$V_s = A.V_r + B.I_r = 0,995.220 + j50.0,1823 = 218,3 + j 9,11 \text{ kV} = 218,49 \angle 2,4^\circ \text{ kV}$$

$$I_s = C.V_r + D.I_r = j1,995.10^{-4}.220 + 0,995.0,182 = 0,181 + j 0,044 \text{ kA} = 0,187 \angle 13,44^\circ \text{ kA}$$

$$S_s = 3.V_s.I_s^* = 3.(218,49 \angle 2,4).(0,187 \angle 13,44^\circ)^* = 120 - j23,73 \text{ MVA} = P_s + j Q_s$$

Problem 2.)

Aynı problemi, hattı iki adet seri bağlı nominal devresi ile modelleyerek çözüm yapınız.

$$a) Z = x.L = j0,25.200 = j50 \text{ ohm}, Y = y.L = j 1 \text{e-}6.200 = j2 \text{e-}4 \text{ (1/ohm)}$$

$$Z/2 = x.L/2 = j0,25.100 = j25 \text{ ohm}, Y/2 = y.L/2 = j10^{-6}.100 = j10^{-4} \text{ (1/ohm)}$$

$$A1 = 1 + Z/2.Y/4 = 1 + (j25/2).(j10^{-4})/2 = 0,9988$$

$$B1 = Z/2 = j 25 \text{ ohm}$$

$$C1 = Y/2.(1+Z/2.Y/8) = j 9.9910^{-5}$$

$$D1 = A1$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9988 & j25 \\ j9,99.10^{-5} & 0,9988 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,9988 & j25 \\ j9,99.10^{-5} & 0,9988 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9950 & j49,938 \\ j2.10^{-4} & 0,9950 \end{bmatrix}$$

$$b) V_r = U_r / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ kV}$$

$$I_r = S_r / \sqrt{3}.U_r = 120.10^6 / \sqrt{3}.380.10^3 = 182,3 \text{ A} = 0,1823 \text{ kA}$$

$$V_s = A.V_r + B.I_r = 0,995.220 + j49,94.0,1823 = 218,3 + j 9,1 \text{ kV} = 218,49 \angle 2,4^\circ \text{ kV}$$

$$I_s = C.V_r + D.I_r = j2.10^{-4}.220 + 0,995.0,1823 = 0,1814 + j 0,0438 \text{ kA} = 0,187 \angle 13,44^\circ \text{ kA}$$

$$S_s = 3.V_s.I_s^* = 3.(218,49 \angle 2,4). (0,187 \angle 13,44^\circ)^* = 120 - j23,73 \text{ MVA} = P_s + j Q_s$$

kayda değer bir fark olmadığı görülmektedir.

Aynı problemi uzun hat modeli yardımıyla hiperbolik formda çözersek

$\Theta = Z.Y = -0,01$
$\gamma = \sqrt{Z.Y} = j 0,10$
$Z_c = \sqrt{Z / Y} = 500$
$Y_c = 1/Z_c = 0,002$
$A = \cosh \Theta = 0,9950$
$B = Z_c.\sinh \Theta = j 49,92$
$C = Y_c.\sinh \Theta = j 1.99 \times 10^{-4}$
$D = A = 0,9950$

A, B, C, D sabitlerine bakıldığında yine bir farkın olmayacağı görülmektedir.

Bunun nedeni problemdeki $L = 200 \text{ km}$ 'lik hat uzunluğu, orta uzunluktaki hat modeline uygun olduğu için "nominal Π modeli" yeterince doğru sonuç vermektedir.

Ancak 250 km üstünde fark oluşmaya başlayacağından, uzun hatlar için ya seri bağlı nominal devreler ya da doğrudan eşdeğer devreler kullanılmalıdır.